ثانوية محمد الخامس التأهيلية بالصويرة ذ : ياسين المغازلي	الفرض المحروس رقم 3 مدة الإنجاز: ساعتان	السنة الثانية علوم رياضية أ – ب أنجز يوم 8 يناير 2016

إعتني بحسن تقديم ورقتك و صغ البراهين بالدقة و المنطق اللازمين

	سلم التنقيط
التمرين الاول (10 نقط)	
المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$. a عدد عقدي غير منعدم عمدته θ مع $\theta\in\left]-\pi,\pi\right[$	
نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^2-(a-i\bar{a})z-i\lvert a\rvert^2=0$.	
1) أ) نفترض أن $\bar{a}=ia$ بين أن المعادلة (E) تكافئ $z+ai=0$.	1 ن
ب) بين أن $a+i$ ليس حلا للمعادلة (E).	1 ن
2) نفترض في ما يلي أن $a\neq ia$	
أ) تحقق أن مميز المعادلة هو $\Delta=(a+i\bar{a})^2$	1 ن
ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ثم أكتب الحلول على الشكل المثلثي.	1 ن
3) نعتبر النقط $A(a)$ و $B(-i\bar{a})$ و $N(a-i\bar{a})$.	
أ) تحقق أن $OA=OB$ ثم بين أن $\overline{(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA})}\equiv\frac{\pi}{2}+2\theta\,[2\pi]$	1 ن
ب) حدد قيم θ التي تكون من أجلها النقط O و A و B مستقيمية .	1 ن
ج) حدد قيم θ لكي يكون المستقيمين (OA) و (OB) متعامدين .	1 ن
4) نفترض أن $\theta\notin\left\{\frac{-3\pi}{4},\frac{-\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right\}$	
أ) بين أن الرباعي $OANB$ متوازي أضلاع .	1 ن
ب) بين أن النقط O و A و B و N متداورة إذا و فقط إذا كان $\mathcal{Re}(a)\times\mathcal{Im}(a)=0$.	1 ن
ج) استنتج مجموعة النقط A التي تكون من أجلها النقط O و A و B و N متداورة.	1 ن
التمرين الثاني (10 نقط)	
المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$.	
نضع $\forall z\in\mathbb{C}-\{i\};f(z)=\frac{\bar{z}-i}{\bar{z}+i}$ و نعتبر النقط $A(1)$ و $B(i)$ و $M(z)$ و $M'(f(z))$.	
1) أ) تحقق أن $f(z)-1=\frac{-2i}{\bar{z}+i}$ و استنتج أن $M'\neq A$.	1 ن
ب) بين أن $\begin{cases}AM'\times BM=2\\ \overline{(\overrightarrow{AM'},\overrightarrow{BM})}\equiv\frac{\pi}{2}\,[2\pi]\end{cases}$	2 ن
ج) لتكن M نقطة من الدائرة (Γ) ذات المركز B و الشعاع 1 استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' .	1 ن
د) تحقق أن $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\in(\Gamma)$ ثم أنشئ النقطة C' .	1 ن
2) ليكن θ من المجال $]0,2\pi[$ بين أن $f(z)=e^{i\theta}\Leftrightarrow z=-\cot an\frac{\theta}{2}$	2 ن
3) أ) حدد الجدور المكعبة للعدد $\frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i)$	1 ن
ب) استنتج حلول المعادلة $2(\bar{z}-i)^3=\sqrt{2}(-1+i)(\bar{z}+i)^3$ نعطي $\begin{cases}\cot an(\pi/24)=2+\sqrt{3}+2\sqrt{2+\sqrt{3}}\\ \cot an(\pi/8)=1+\sqrt{2}\end{cases}$	2 ن
بالتوفيق	